

APLIKASI *IMPROVED VOGEL'S APPROXIMATION METHOD* UNTUK OPTIMASI BIAYA DISTRIBUSI BERAS SEJAHTERA PADA PERUM BULOG DIVRE SUMATERA BARAT

ARIEF FARHAN KARIMI, SUSILA BAHRI*, AHMAD IQBAL BAQI

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.*

email : arieffarhan2000@gmail.com, susilabahri@sci.unand.ac.id, baqi@sci.unand.ac.id

Abstrak. Perusahaan Umum Badan Urusan Logistik Divisi Regional Sumatera Barat (Perum Bulog Divre Sumatera Barat) merupakan perusahaan yang menangani kebutuhan pokok dengan penduduk mendistribusikan beras sejahtera ke berbagai daerah di Sumatera Barat yakni di Kabupaten Padang Pariaman, Kabupaten Kepulauan Mentawai, Kabupaten Pesisir Selatan, Kota Pariaman dan Kota Padang. Dalam proses pendistribusian Beras Sejahtera, diperlukan biaya yang besar. Untuk meminimumkan biaya tersebut, perlu adanya perencanaan yang matang agar biaya distribusi yang dikeluarkan Perum menjadi optimal. Oleh karena itu, untuk menyelesaikan masalah transportasi dalam pendistribusian Beras Sejahtera Perum Bulog Divre Sumatera Barat ini, digunakan *Improved Vogels Approximation Method* (IVAM). Kemudian untuk menguji optimalisasi biaya yang diperoleh digunakan *Modified Distribution Method* (MODI). Hasil dari penelitian menunjukkan bahwa biaya distribusi yang dihasilkan adalah Rp 124.149.070 sedangkan biaya yang dikeluarkan tanpa penggunaan metode diperoleh sebesar Rp 126.259.188. Dengan demikian terdapat optimasi penghematan sebesar Rp 2.001.938.

Kata Kunci: Program Linier, Masalah Transportasi, *Improved Vogels Approximation Method* (IVAM), *Modified Distribution Method* (MODI)

1. Pendahuluan

Perusahaan negara yang menangani kebutuhan pokok penduduk dalam negeri adalah Perusahaan Umum Badan Urusan Logistik (Perum Bulog). Perum ini memiliki beberapa program kerja seperti melakukan pendistribusian Beras Sejahtera yang merupakan program pemerintah Indonesia dan bertujuan untuk meningkatkan kebutuhan pangan dan perlindungan sosial kepada keluarga yang kurang mampu secara finansial. Pendistribusian ini dilakukan dari Gudang Beras Bulog (GBB) ke daerah-daerah di kabupaten/kota.[2] Perum Bulog Divisi Regional (Divre) Sumatera Barat adalah penanggung jawab dalam program Beras Sejahtera untuk beberapa wilayah seperti Pesisir Selatan, Kepulauan Mentawai dan Padang Paria-

man [3]. Dalam proses pendistribusian Beras Sejahtera, terdapat masalah pendistribusian yang membutuhkan biaya yang besar. Untuk itu, perlu adanya perencanaan yang matang agar biaya distribusi yang dikeluarkan Perum tersebut optimal. Oleh karena itu, masalah tersebut dapat digolongkan sebagai masalah transportasi.

Masalah transportasi merupakan suatu masalah yang membahas tentang pendistribusian suatu barang dari sejumlah sumber ke beberapa tempat tujuan agar biaya pengiriman yang dikeluarkan minimal [10]. Terdapat beberapa metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah transportasi untuk menemukan biaya distribusi minimal tersebut yaitu *North West Corner Method* (NWCM), *Vogels Approximation method* (VAM), *Minimum Cost Method* (MCM) [8]. Selain metode tersebut ada metode pengembangan dari VAM yaitu *Improved Vogels Approximation Method* (IVAM) [4].

Penelitian tentang masalah transportasi telah banyak dilakukan. Diantaranya, penelitian yang menguji dua metode solusi awal yaitu VAM dan IVAM [4]. Dari penelitian tersebut diperoleh bahwa solusi awal IVAM lebih efisien dari pada solusi awal metode VAM dalam memperoleh solusi masalah transportasi. Kemudian dari [1] mengusulkan beberapa metode baru untuk menyelesaikan masalah transportasi yang tak seimbang. Metode-metode tersebut menghasilkan solusi yang sama dengan VAM dan MCM sehingga metode itu dapat menjadi metode alternatif dalam memperoleh biaya minimum masalah transportasi. Selanjutnya, pada [6] membentuk metode baru yaitu *Modified Vogels approximation method* yang merupakan hasil modifikasi dari metode VAM untuk memperoleh solusi yang lebih efisien untuk masalah transportasi ukuran besar.

Pada penelitian ini, penulis akan mengkaji optimasi biaya pendistribusian Beras Sejahtera yang bertujuan untuk mendapatkan biaya minimal dengan menggunakan metode *Improved Vogel's Approximation Method* (IVAM). Pada tahap akhir, untuk menguji apakah biaya yang diperoleh sudah optimal atau belum digunakan *Modified Distribution Method* (MODI).

2. Landasan Teori

2.1. Masalah Transportasi

Masalah transportasi adalah masalah yang membahas tentang masalah pendistribusian suatu barang dari sejumlah sumber ke beberapa tujuan dengan tujuan meminimalkan biaya distribusi yang dikeluarkan.

Ciri-ciri masalah transportasi :

- (1) Terdapat sumber dan tujuan.
- (2) Terdapat kuantitas tertentu pada barang yang didistribusikan dari sumber ke tujuan.
- (3) Kesesuaian permintaan dan kapasitas sumber dengan kuantitas barang yang dikirim dari sumber ke tujuan.
- (4) Terdapat biaya transportasi dari sumber ke tujuan. [10]

2.2. Model Matematika Masalah Transportasi

Model masalah transportasi secara umum adalah sebagai berikut:

Fungsi tujuan:

Minimumkan

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} = c_{1,1}x_{1,1} + c_{1,2}x_{1,2} + \dots + c_{m,n}x_{m,n} \quad (2.1)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq S_i \quad ; i = 1, 2, \dots, m \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq D_j \quad ; i = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

Keterangan : c_{ij} = biaya transportasi per unit barang dari sumber i ke tujuan j

x_{ij} = jumlah barang yang didistribusikan dari sumber i ke tujuan j

S_i = jumlah penawaran barang dari sumber i

D_j = jumlah permintaan barang oleh tujuan

Bentuk umum dari tabel transportasi dapat dilihat pada Tabel 1.[8]

Tabel 1 Tabel Transportasi

Ke Dari		Tujuan							Supply
		1	2	3	...	j	...	n	
Sumber	1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}	...	c_{1j} x_{1j}	...	c_{1n} x_{1n}	S_1
	2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}	...	c_{2j} x_{2j}	...	c_{2n} x_{2n}	S_2
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots	\vdots
	i	c_{i1} x_{i1}	c_{i2} x_{i2}	c_{i3} x_{i3}	...	c_{ij} x_{ij}	...	c_{in} x_{in}	S_i
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots		\vdots		\vdots	\vdots
	m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	c_{m3} x_{m3}	...	c_{mj} x_{mj}	...	c_{mn} x_{mn}	S_m
Demand		D_1	D_1	D_1	...	D_1	...	D_1	$\sum S_i = \sum D_j$

Dalam masalah transportasi jumlah *supply* penawaran tidak selalu sama dengan jumlah *demand* permintaan (masalah transportasi tidak seimbang). Setiap masalah transportasi dapat dibuat seimbang dengan memasukkan kolom dummy atau baris dummy [11]. Ada 2 kemungkinan yang terjadi pada masalah transportasi tidak seimbang yaitu:

- (1) Jika penawaran lebih besar dari permintaan $\sum_{i=1}^m S_i > \sum_{j=1}^n D_j$, masalah ini dapat diselesaikan dengan menambahkan *dummy* pada kolom (tujuan) untuk menambah kekurangan dari permintaan sebesar $\sum_{i=1}^m S_i - \sum_{j=1}^n D_j = k_j$

- (2) Jika penawaran lebih kecil dari permintaan $\sum_{i=1}^m S_i < \sum_{j=1}^n D_j$, masalah ini dapat diselesaikan dengan menambahkan *dummy* pada baris (sumber) untuk menambah kekurangan dari penawaran sebesar $\sum_{i=1}^m D_j - \sum_{j=1}^n S_i = k_i$

2.3. Improved Vogel's Approximation Method

Improved Vogel's Approximation Method (IVAM) merupakan metode yang menambahkan langkah-langkah pada metode VAM dengan langkah perhitungan *Total Opportunity Cost* (TOC). TOC didapatkan dari penjumlahan antara *Row Opportunity Cost* (ROC) dan *Column Opportunity Cost* (COC). ROC merupakan nilai yang diperoleh dari pengurangan setiap baris dengan nilai terkecil dari baris tersebut, sedangkan COC adalah nilai yang diperoleh dari pengurangan setiap kolom dengan nilai terkecil dari kolom tersebut [4].

Langkah langkah menghitung solusi layak dasar dengan IVAM :

- (1) Bentuk tabel transportasi dari masalah transportasi
- (2) Pastikan masalah transportasinya merupakan masalah transportasi seimbang. Masalah transportasi dikatakan seimbang apabila jumlah penawaran sama dengan jumlah permintaan

$$\sum_{i=1}^m S_i = \sum_{j=1}^n D_j \quad (2.4)$$

- (3) Hitung *Row Opportunity Cost* (ROC) dengan cara melihat nilai biaya distribusi terendah pada suatu baris. Kurangi nilai distribusi tiap kotak pada baris dengan nilai distribusi terendah.
- (4) Hitung *Column Opportunity Cost* (COC) dengan cara melihat nilai biaya distribusi terendah pada suatu kolom. Kurangi nilai distribusi tiap kotak pada kolom dengan nilai distribusi terendah.
- (5) Menghitung nilai *Total Opportunity Cost* (TOC) dimana $TOC = COC + ROC$ dan nyatakan TOC dalam bentuk matriks.
- (6) Hitung selisih biaya terendah dengan biaya terendah berikutnya untuk setiap baris dan kolom pada matriks TOC.
- (7) Pilih tiga selisih biaya dengan nilai terbesar dan mengalokasikan jumlah produk ke sel yang memiliki biaya terendah pada ketiga baris atau kolom yang terpilih. Jika terdapat nilai yang sama maka dapat dipilih secara sebarang. Dalam mengalokasikan jumlah produk kedalam tiga baris atau kolom yang terpilih, terlebih dahulu alokasikan jumlah produk ke baris atau kolom dengan selisih biaya terbesar diantara tiga selisih biaya itu dan alokasikan jumlah produk tersebut sesuai dengan permintaan dan penawaran paling minimum yang ada pada baris atau kolom terpilih.
- (8) Baris atau kolom yang telah terisi jumlah produk tidak digunakan lagi dalam menghitung selisih biaya berikutnya.
- (9) Ulangi langkah 4 sampai langkah 6 hingga semua kotak pada baris dan kolom teralokasi.
- (10) Setelah semua sel terisi kemudian hitung total biaya minimum distribusi.

2.4. Metode Modified Distribution

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan apakah solusi layak dasar dari suatu masalah transportasi telah optimal (memberikan biaya paling minimum) atau belum. Metode ini lebih efisien dari metode *Stepping Stone* apabila sumber dan tujuan berukuran besar [9]. Dalam metode MODI terdapat persamaan sebagai berikut: $m_i + n_j = c_{ij}$ dimana:

m_i = nilai setiap kotak baris ke- i

n_j = nilai setiap kotak kolom ke- j

c_{ij} = biaya distribusi barang per unit ij

Langkah-langkah dalam metode MODI adalah:

- (1) Tentukan nilai m_i untuk setiap baris dan nilai-nilai n_j untuk setiap kolom dengan menggunakan hubungan $c_{ij} = m_i + n_j$ untuk semua variabel basis dan tetapkan nilai $m_1 = 0$.
- (2) Hitung perubahan biaya (d_{ij}) untuk setiap variabel non basis dengan menggunakan rumus $d_{ij} = c_{ij} - m_i - n_j$.
- (3) Apabila dari hasil perhitungan terdapat nilai d_{ij} negatif, maka solusi belum optimal. Oleh karena itu dipilih x_{ij} dengan nilai d_{ij} negatif terbesar sebagai *entering variabel*.
- (4) Gambarkan jalur atau loop tertutup untuk x_{ij} yang dipilih dengan semua sudut loop memiliki nilai x_{ij} tidak sama dengan 0.
- (5) Tetapkan tanda plus dan minus pada x_{ij} di titik sudut jalur tertutup dengan tanda plus pada x_{ij} yang dipilih.
- (6) Pilih nilai x_{ij} betanda minus yang terkecil (x'_{ij}), tambahkan x'_{ij} ke semua x_{ij} di titik sudut jalur tertutup yang ditandai dengan tanda plus, dan kurangi dari x_{ij} yang ditandai dengan tanda minus.
- (7) Ulangi langkah pertama sampai $d_{ij} \geq 0$ [9].

3. Pembahasan

3.1. Data yang Digunakan

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Kantor Perum Bulog Divisi Regional Sumatera Barat, yaitu data jumlah persediaan Beras Sejahtera pada bulan Mei 2019, data penyaluran Beras Sejahtera, data nilai distribusi Beras Sejahtera per kg Beras Sejahtera di wilayah Kota Pariaman, Kabupaten Padang Pariaman dan Kabupaten Kepulauan Mentawai [3].

Tabel 2 Jumlah Persediaan Beras Sejahtera

No	Gudang	Lokasi	Total Persediaan Beras (Kg)
1	Rawang Timur (Ratim)	Padang	191.226
2	Pampangan	Padang	127.484
Total			318.710

sumber: Perum Bulog Sumbar, 2019

Tabel 3 Data Penyaluran Beras Sejahtera dalam satuan kg beras

Kabupaten/Kota	Kecamatan	Kode	Gudang		Total
			Ratim	Pampangan	
KOTA PARIAMAN	PARIAMAN UTARA	0101	5.904	3.936	9.840
	PARIAMAN SELATAN	0102	3.882	2.588	6.470
	PARIAMAN TIMUR	0103	4.182	2.788	6.970
	PARIAMAN TENGAH	0104	3.930	2.620	6.550
	TOTAL		17.898	11.932	29.830
KAB. PADANG PARIAMAN	2X11 ENAM LINGKUNG	0201	4.290	2.860	7.150
	2X11 KAYU TANAM	0202	8.364	5.576	13.940
	BATANG ANAI	0203	7.212	4.808	12.020
	BATANG GASAN	0204	5.142	3.428	8.570
	ENAM LINGKUNG	0205	5.892	3.928	9.820
	IV KOTO AUR MALINTANG	0206	9.090	6.060	15.150
	LUBUK ALUNG	0207	8.442	5.628	14.070
	NAN SABARIS	0208	6.156	4.104	10.260
	PADANG SAGO	0209	3.270	2.180	5.450
	PATAMUAN	0210	6.960	4.640	11.600
	SINTUK TB. GADANG	0211	6.114	4.076	10.190
	SUNGAI GERINGGING	0212	8.898	5.932	14.830
	SUNGAI LIMAU	0213	11.166	7.444	18.610
	ULAKAN TAPAKIS	0214	6.858	4.572	11.430
	V KOTO KP DALAM	0215	6.060	4.040	10.100
	V KOTO TIMUR	0216	4.476	2.984	7.460
	VII KOTO S SARIK	0217	9.300	6.200	15.500
	TOTAL		117.690	78.460	196.150
KAB. KEP. MENTAWAI	SIBERUT TENGAH	0301	5.412	3.608	9.020
	SIBERUT SELATAN	0302	5.154	3.436	8.590
	SUBERUT BARAT DAYA	0303	5.730	3.820	9.550
	SIBERUT BARAT	0304	6.960	4.640	11.600
	SIBERUT UTARA	0305	4.086	2.724	6.810
	SIPORA SELATAN	0306	6.624	4.416	11.040
	SIPORA UTARA	0307	2.766	1.844	4.610
	SIKAKAP	0308	6.546	4.364	10.910
	PAGAI SELATAN	0309	8.568	5.712	14.280
	PAGAI UTARA	0310	3.792	2.528	6.320
	TOTAL		55.638	37.092	92.730
	TOTAL KESELURUHAN		191.226	127.484	318.710

Sumber : Perum Bulog Sumbar, 2019

Tabel 4 Biaya Distribusi Beras Sejahtera Per Kg Beras Dalam Rupiah

Kabupaten/Kota	No Kec.	Kecamatan	Gudang		Jenis Armada
			Ratim	Pampangan	
KOTA PARIAMAN	1	PARIAMAN UTARA	150	152	TRUCK / CDD
	2	PARIAMAN SELATAN	145	150	
	3	PARIAMAN TIMUR	150	152	
	4	PARIAMAN TENGAH	150	152	
KAB. PADANG PARIAMAN	5	2X11 ENAM LINGKUNG	135	140	TRUCK / CDD
	6	2X11 KAYU TANAM	140	118	
	7	BATANG ANAI	117	116	
	8	BATANG GASAN	165	140	
	9	ENAM LINGKUNG	125	125	
	10	IV KOTO AUR MALINTANG	167	137	
	11	LUBUK ALUNG	139	139	
	12	NAN SABARIS	130	150	
	13	PADANG SAGO	143	113	
	14	PATAMUAN	142	112	
	15	SINTUK TB. GADANG	121	141	
	16	SUNGAI GERINGGING	162	132	
	17	SUNGAI LIMAU	151	121	
	18	ULAKAN TAPAKIS	125	135	
	19	V KOTO KP DALAM	157	147	
	20	V KOTO TIMUR	151	131	
	21	VII KOTO S SARIAK	140	140	
KAB. KEP. MENTAWAI	22	SIBERUT TENGAH	1.000	1.010	KAPAL / CDD
	23	SIBERUT SELATAN	1.020	1.015	
	24	SUBERUT BARAT DAYA	1.025	1.020	
	25	SIBERUT BARAT	1.010	1.000	
	26	SIBERUT UTARA	1.040	1.040	
	27	SIPORA SELATAN	1.040	1.035	
	28	SIPORA UTARA	1.000	1.015	
	29	SIKAKAP	1.010	1.000	
	30	PAGAI SELATAN	1.030	1.040	
	31	PAGAI UTARA	1.030	1.040	

Sumber : Perum Bulog Sumbar, 2019

3.2. Pembahasan

Data yang telah diperoleh diformulasikan ke dalam bentuk model matematika persamaan linier yang modelnya dapat ditulis sebagai berikut.

Minimumkan $Z =$

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{31} c_{ij}x_{ij}$$

dimana fungsi tujuannya adalah,

$$Z = 150x_{1,1} + 145x_{1,2} + 150x_{1,3} + 150x_{1,4} + 135x_{1,5} + 140x_{1,6} + 117x_{1,7} + 165x_{1,8} + 125x_{1,9} + 167x_{1,10} + 139x_{1,11} + 130x_{1,12} + 143x_{1,13} + 142x_{1,14} + 121x_{1,15} + 162x_{1,16} + 151x_{1,17} + 125x_{1,18} + 157x_{1,19} + 151x_{1,20} + 140x_{1,21} + 1000x_{1,22} + 1020x_{1,23} + 1025x_{1,24} + 1010x_{1,25} + 1040x_{1,26} + 1040x_{1,27} + 1000x_{1,28} + 1010x_{1,29} + 1030x_{1,30} + 1030x_{1,31} + 152x_{2,1} + 150x_{2,2} + 152x_{2,3} + 152x_{2,4} + 140x_{2,5} + 118x_{2,6} + 116x_{2,7} + 140x_{2,8} + 125x_{2,9} + 137x_{2,10} + 139x_{2,11} + 150x_{2,12} + 113x_{2,13} + 112x_{2,14} + 141x_{2,15} +$$

$$132x_{2,16} + 121x_{2,17} + 135x_{2,18} + 147x_{2,19} + 131x_{2,20} + 140x_{2,21} + 1010x_{2,22} + 1015x_{2,23} + 1020x_{2,24} + 1000x_{2,25} + 1040x_{2,26} + 1035x_{2,27} + 1015x_{2,28} + 1000x_{2,29} + 1040x_{2,30} + 1040x_{2,31}$$

fungsi kendalanya adalah,

- (1) Penawaran (Jumlah persediaan beras sejahtera) :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{31} x_{ij} &= 191.226 & ; i = 1 & \text{(untuk gudang Ratim)} \\ \sum_{j=1}^{31} x_{ij} &= 127.484 & ; i = 2 & \text{(untuk gudang Pampangan)} \end{aligned}$$

- (2) Permintaan (Jumlah beras yang disalurkan)

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 9.840 & ; j = 1 & \text{(untuk Pariaman Utara)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 6.470 & ; j = 2 & \text{(untuk Pariaman Selatan)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 6.970 & ; j = 3 & \text{(untuk Pariaman Timur)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 6.550 & ; j = 4 & \text{(untuk Pariaman Tengah)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 7.150 & ; j = 5 & \text{(untuk 2X11 Enam Lingkung)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 13.940 & ; j = 6 & \text{(untuk 2X11 Kayu Tanam)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 12.020 & ; j = 7 & \text{(untuk Batang Anai)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 8.570 & ; j = 8 & \text{(untuk Batang Gasan)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 9.820 & ; j = 9 & \text{(untuk Enam Lingkung)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 15.150 & ; j = 10 & \text{(untuk IV Koto Aur Malintang)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 14.070 & ; j = 11 & \text{(untuk Lubuk Alung)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 10.260 & ; j = 12 & \text{(untuk Nan Sabaris)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 5.450 & ; j = 13 & \text{(untuk Padang Sago)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 11.600 & ; j = 14 & \text{(untuk Patamuan)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 10.190 & ; j = 15 & \text{(untuk Sintuk TB. Gadang)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 14.830 & ; j = 16 & \text{(untuk Sungai Geringging)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 18.610 & ; j = 17 & \text{(untuk Sungai Limau)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 11.430 & ; j = 18 & \text{(untuk Ulakan Tapakis)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 10.100 & ; j = 19 & \text{(untuk V Koto Kp Dalam)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 7.460 & ; j = 20 & \text{(untuk V Koto Timur)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 15.500 & ; j = 21 & \text{(untuk VII Koto S. Sariak)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 9.020 & ; j = 22 & \text{(untuk Siberut Tengah)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 8.590 & ; j = 23 & \text{(untuk Siberut Selatan)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 9.550 & ; j = 24 & \text{(untuk Siberut Barat Daya)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 11.600 & ; j = 25 & \text{(untuk Siberut Barat)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 6.810 & ; j = 26 & \text{(untuk Siberut Utara)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 11.040 & ; j = 27 & \text{(untuk Sipora Selatan)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 4.610 & ; j = 28 & \text{(untuk Sipora Utara)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 10.910 & ; j = 29 & \text{(untuk Sikakap)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 14.280 & ; j = 30 & \text{(untuk Pagai Selatan)} \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} &= 6.320 & ; j = 31 & \text{(untuk Pagai Utara)} \end{aligned}$$

Selanjutnya akan dicari solusi layak dasar dengan metode IVAM. Berikut ini adalah langkah langkahnya :

- (1) Bentuk tabel transportasi dari masalah transportasi. Dengan menggunakan data, diperoleh tabel transportasi sebagai berikut :

Tabel 5 Tabel Transportasi

Dari \ Ke		1	2	3	4	5	6	7
		0101	0102	0103	0104	0201	0202	0203
1	G. Ratim	150	145	150	150	135	140	117
2	G. Pampangan	152	150	152	152	140	118	116
	Dj	9.840	6.470	6.970	6.550	7.150	13.940	12.020

8	9	10	11	12	13	14	15	16
0204	0205	0206	0207	0208	0209	0210	0211	0212
165	125	167	139	130	143	142	121	162
140	125	137	139	150	113	112	141	132
8.570	9.820	15.150	14.070	10.260	5.450	11.600	10.190	14.830

17	18	19	20	21	22	23	24	25
0213	0214	0215	0216	0217	0301	0302	0303	0304
151	125	157	151	140	1.000	1.020	1.025	1.010
121	135	147	131	140	1.010	1.015	1.020	1.000
18.610	11.430	10.100	7.460	15.500	9.020	8.590	9.550	11.600

26	27	28	29	30	31	
0305	0306	0307	0308	0309	0310	Si
1.040	1.040	1.000	1.010	1.030	1.030	191.226
1.040	1.035	1.015	1.000	1.040	1.040	127.484
6.810	11.040	4.610	10.910	14.280	6.320	318.710

- (2) Pastikan masalah transportasinya merupakan masalah transportasi seimbang. jumlah permintaan sama dengan penawaran, sehingga masalah transportasinya seimbang. Dimana $\sum_{i=1}^2 S_i = \sum_{j=1}^{31} D_j$
- (3) Menghitung nilai *Total Opportunity Cost* (TOC). Terlebih dahulu dicari *Row Opportunity Cost* (ROC). Pada Tabel 5 biaya distribusi terendah pada baris 1 adalah 117 dan baris 2 adalah 112 sehingga kurangkan setiap biaya distribusi pada masing-masing baris dengan biaya distribusi terendah pada baris yang sama. Selanjutnya dicari *Column Opportunity Cost* (COC). Pada Tabel 5 biaya distribusi terendah pada kolom 1 adalah 150, kolom 2 adalah 145, kolom 3 adalah 150, kolom 4 adalah 150, kolom 5 adalah 135, dan seterusnya sehingga kurangkan setiap biaya distribusi pada masing-masing kolom dengan biaya distribusi terendah pada kolom yang sama. Kemudian jumlahkan hasil ROC dan COC sehingga diperoleh nilai TOC seperti berikut : baris 1 kolom 1 = **33**, baris 1 kolom 2 = **28**, baris 1 kolom 3 = **33**, baris 1 kolom 4 = **33**, baris 1 kolom 5 = **18**, baris 1 kolom 6 = **45**, baris 1 kolom 7 = **1**, baris 1 kolom 8 = **73**, baris 1 kolom 9 = **8**, baris 1 kolom 10 = **80**, baris 1 kolom 11 = **22**, baris 1 kolom 12 = **13**, baris 1 kolom 13 = **56**, baris 1 kolom 14 = **55**, baris 1 kolom 15 = **4**,

baris 1 kolom 16 = **75**, baris 1 kolom 17 = **64**, baris 1 kolom 18 = **8**, baris 1 kolom 19 = **50**, baris 1 kolom 20 = **54**, baris 1 kolom 21 = **23**, baris 1 kolom 22 = **883**, baris 1 kolom 23 = **908**, baris 1 kolom 24 = **913**, baris 1 kolom 25 = **903**, baris 1 kolom 26 = **923**, baris 1 kolom 27 = **928**, baris 1 kolom 28 = **883**, baris 1 kolom 29 = **903**, baris 1 kolom 30 = **913**, baris 1 kolom 31 = **913**, baris 2 kolom 1 = **42**, baris 2 kolom 2 = **43**, baris 2 kolom 3 = **42**, baris 2 kolom 4 = **42**, baris 2 kolom 5 = **33**, baris 2 kolom 6 = **6**, baris 2 kolom 7 = **4**, baris 2 kolom 8 = **28**, baris 2 kolom 9 = **13**, baris 2 kolom 10 = **25**, baris 2 kolom 11 = **27**, baris 2 kolom 12 = **58**, baris 2 kolom 13 = **1**, baris 2 kolom 14 = **0**, baris 2 kolom 15 = **49**, baris 2 kolom 16 = **20**, baris 2 kolom 17 = **9**, baris 2 kolom 18 = **33**, baris 2 kolom 19 = **35**, baris 2 kolom 20 = **19**, baris 2 kolom 21 = **28**, baris 2 kolom 22 = **908**, baris 2 kolom 23 = **903**, baris 2 kolom 24 = **908**, baris 2 kolom 25 = **888**, baris 2 kolom 26 = **928**, baris 2 kolom 27 = **923**, baris 2 kolom 28 = **918**, baris 2 kolom 29 = **888**, baris 2 kolom 30 = **938** dan baris 2 kolom 31 = **938**.

Dari nilai TOC tersebut, diperoleh matriks TOC nya sebagai berikut :

$$T = \begin{pmatrix} 33 & 28 & 33 & 33 & 18 & 45 & 1 & 73 & 8 & 80 & 22 & 13 & 56 & 55 & 4 & 75 & 64 & 8 & 50 & 54 & 23 & 883 & 908 & 913 & 903 & 923 & 928 & 883 & 903 & 913 & 913 \\ 42 & 43 & 42 & 42 & 33 & 6 & 4 & 28 & 13 & 25 & 27 & 58 & 1 & 0 & 49 & 20 & 9 & 33 & 35 & 19 & 28 & 908 & 903 & 908 & 888 & 928 & 923 & 918 & 888 & 938 & 938 \end{pmatrix}$$

- (4) Menentukan selisih dari dua biaya terendah untuk setiap baris dan kolom yang sama.

Berdasarkan matriks TOC maka selisih dua biaya terendah pada masing-masing baris dan kolom adalah : baris 1 = **3**, baris 2 = **1**, kolom 1 = **9**, kolom 2 = **15**, kolom 3 = **9**, kolom 4 = **9**, kolom 5 = **15**, kolom 6 = **39**, kolom 7 = **3**, kolom 8 = **45**, kolom 9 = **5**, kolom 10 = **55**, kolom 11 = **5**, kolom 12 = **45**, kolom 13 = **55**, kolom 14 = **55**, kolom 15 = **45**, kolom 16 = **55**, kolom 17 = **55**, kolom 18 = **25**, kolom 19 = **15**, kolom 20 = **35**, kolom 21 = **5**, kolom 22 = **25**, kolom 23 = **5**, kolom 24 = **5**, kolom 25 = **15**, kolom 26 = **5**, kolom 27 = **5**, kolom 28 = **35**, kolom 29 = **15**, kolom 30 = **25**, kolom 31 = **25**,

Hasil perhitungan selisih dua biaya terendah dari langkah 4 dapat dilihat bahwa selisih biaya terbesar yang pertama adalah 55, oleh karena itu produk (beras) dialokasikan ke sel nilai terendah pada kolom 10. Biaya terendah pada kolom 10 adalah 137 sehingga alokasikan produk pada sel tersebut sebanyak 15.150 ($\min(15.150, 127.484) = 15.150$). Selanjutnya selisih biaya terbesar adalah 45 sehingga alokasikan produk ke sel yang memiliki biaya terendah pada kolom 8. Biaya terendah pada kolom 8 adalah 140 sehingga alokasikan produk pada sel tersebut sebanyak 8.570 ($\min(8.570, 127.484) = 8.570$). Kemudian selisih biaya terbesar adalah 39 sehingga alokasikan produk ke sel yang memiliki biaya terendah pada kolom 6. Biaya terendah pada kolom 6 adalah 118 sehingga alokasikan produk pada sel tersebut sebanyak 13940 ($\min(13.940, 127.484) = 13.940$).

Berdasarkan pengalokasian tersebut, kolom 6, kolom 8, dan kolom 10 telah terpenuhi karena telah sesuai dengan jumlah permintaan (D_j) sehingga kolom 6, kolom 8, dan kolom 10 tidak digunakan lagi untuk menghitung selisih dua biaya terendah berikutnya. Selanjutnya ulangi langkah 3 sampai langkah 5,

sehingga diperoleh hasil akhir pengalokasian beras menggunakan IVAM pada iterasi ke-6 dengan total biaya distribusi sebesar Rp 124.149.070

Tabel 6 Hasil Akhir Solusi Layak Dasar

Dari \ Ke	0101	0102	0103	0104	0201	0202	0203	0204
G. Ratim	150 9.840	145 6.470	150 6.970	150 6.550	135 7.150	140 0	117 12.020	165 0
G. Pampangan	152 0	150 0	152 0	152 0	140 0	118 13.940	116 0	140 8.570
Dj	9.840	6.470	6.970	6.550	7.150	13.940	12.020	8.570

0205	0206	0207	0208	0209	0210	0211	0212	0213
125 9.820	167 0	139 14.070	130 10.260	143 0	142 0	121 10.190	162 0	151 0
125 0	137 15.150	139 0	150 0	113 5.450	112 11.600	141 0	132 14.830	121 18.610
9.820	15.150	14.070	10.260	5.450	11.600	10.190	14.830	18.610

0214	0215	0216	0217	0301	0302	0303	0304	0305
125 11.430	157 0	151 0	140 15.500	1.000 9.020	1.020 8.590	1.025 9.550	1.010 0	1.040 6.810
135 0	147 10.100	131 7.460	140 0	1.010 0	1.015 0	1.020 0	1.000 11.600	1.040 0
11.430	10.100	7.460	15.500	9.020	8.590	9.550	11.600	6.810

0306	0307	0308	0309	0310	Si
1.040 11.040	1.000 4.610	1.010 736	1.030 14.280	1.030 6.320	191.226
1.035 0	1.015 0	1.000 10.174	1.040 0	1.040 0	127.484
11.040	4.610	10.910	14.280	6.320	318.710

Selanjutnya akan di periksa apakah solusi dasar layak yang diperoleh sudah optimal atau belum. Pada penelitian ini penulis akan menggunakan metode *Modified Distribution Method* (MODI). Langkah penentuan optimalitas solusi dasar layak dengan menggunakan MODI adalah sebagai berikut :

- Menentukan nilai baris (m_i) dan kolom (n_j) untuk setiap variabel basis dengan menggunakan hubungan $c_{ij} = m_i + n_j$, dimana c_{ij} adalah biaya distribusi dan nilai m_1 ditetapkan adalah 0 ($m_1=0$).

$$c_{1,1} = m_1 + n_1$$

$$150 = 0 + n_1$$

$$n_1 = 150$$

$$c_{1,2} = m_1 + n_2$$

$$145 = 0 + n_2$$

$$n_2 = 145$$

.

•
•

$$\begin{aligned}c_{1,31} &= m_1 + n_{31} \\1030 &= 0 + n_{31} \\n_{31} &= 1030\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_{2,29} &= m_2 + n_{29} \\1000 &= m_2 + 1010 \\m_2 &= 1000 - 1010 \\m_2 &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_{2,6} &= m_2 + n_6 \\118 &= -10 + n_6 \\n_6 &= 128\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_{2,8} &= m_2 + n_8 \\140 &= -10 + n_8 \\n_8 &= 150\end{aligned}$$

•
•
•

$$\begin{aligned}c_{2,25} &= m_2 + n_{25} \\1000 &= -10 + n_{25} \\n_{25} &= 1010\end{aligned}$$

- Kemudian menghitung perubahan biaya d_{ij} untuk setiap variabel non basis dengan menggunakan rumus $d_{ij} = c_{ij} - m_i - n_j$.

$$\begin{aligned}d_{1,6} &= c_{1,6} - m_1 - n_6 \\&= 140 - 0 - 128 \\&= 12\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d_{1,8} &= c_{1,8} - m_1 - n_8 \\&= 165 - 0 - 150 \\&= 15\end{aligned}$$

•
•
•

$$\begin{aligned}d_{1,25} &= c_{1,25} - m_1 - n_{25} \\&= 1010 - 0 - 1010 \\&= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d_{2,1} &= c_{2,1} - m_2 - n_1 \\&= 152 - (-10) - 150 \\&= 12\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d_{2,2} &= c_{2,2} - m_2 - n_2 \\&= 150 - (-10) - 145 \\&= 15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 d_{2,31} &= c_{2,31} - m_1 - n_3 \\
 &= 1040 - (-10) - 1030 \\
 &= 20
 \end{aligned}$$

Dari perhitungan perubahan biaya d_{ij} untuk setiap variabel non basis, diperoleh semua nilai $d_{ij} \geq 0$, sehingga dapat dinyatakan bahwa solusi optimal untuk masalah transportasi telah diperoleh. Akibatnya, perhitungan biaya transportasi dengan metode IVAM juga optimal. Oleh karena itu, biaya optimal transportasi adalah Rp 124.149.070.

4. Kesimpulan

Dari hasil perhitungan diperoleh biaya transportasi optimal adalah sebesar Rp 124.149.070. Hasil perhitungan biaya transportasi Beras Sejahtera yang didistribusikan ke Kota Pariaman, Kabupaten Padang Pariaman dan Kabupaten Kepulauan Mentawai dengan metode IVAM (*Improved Vogel's Approximation Method*) sudah mencapai optimal setelah diperiksa keoptimalannya dengan menggunakan metode MODI (*Modified Distribution Method*). Biaya yang dikeluarkan tanpa menggunakan metode solusi awal diperoleh sebesar Rp 126.259.188 sedangkan biaya distribusi dengan metode IVAM adalah sebesar Rp 124.149.070. Dengan demikian telah terjadi optimasi biaya dengan penghematan sebesar Rp 2.001.938.

5. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr. Admi Nazra, Bapak Prof. Dr. Muhafzan, dan Bapak Narwen, M.Si yang telah memberikan masukan dan saran sehingga artikel ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] B.G Agaie, M.M Adamu, Mohammed Yakubu, Sani Isah dan Abdullahi Ibrahim.2020. An Improvement on Vogels Method to Feasible the Solution of Transportation Problem. *Kasu Journal Of Mathematical Sciences*,1(2).104-115
- [2] Bulog.Perum Bulog.<http://www.bulog.co.id/> diakses pada tanggal 25 September 2021
- [3] Bulog Sumbar. Perum Bulog Divre Sumatera Barat
- [4] Korukolu, S dan S. Ball. 2011. An Improved Vogel's Approximation Method for The Transportation Problem. *Mathematical and Computational Applications. Mathematical and Computational Application*, 16 (2). 370-381
- [5] Md. Ashraful Babu, Jahira Tabassum dan Md. Nazmul Hassan.2016. A Heuristic on Risk Management System in Goods Transportation Model Using Multi-Optimality by MODI Method. *Open Journal of Applied Sciences*,6.539-551
- [6] M. Wali Ullah , M. Alhaz Uddin dan Rijwana Kawser.2016. A Modified Vogels Approximation Method for Obtaining a Good Primal Solution of Transportation Problems. *Annals of Pure and Applied Mathematics*, 11(1).63-71

- [7] Ni Putu Intan Puspa Dewi, Ni Ketut Tari Tastrawati, Kartika Putri. 2019. Russells Approximation Method Dan Improved Vogels Approximation Method Dalam Penyelesaian Masalah Transportasi. *E-Jurnal Matematika*, 8(3).184-193
- [8] N. Simbolon, L.D., Situmorang, M. Napitupulu. 1991. Aplikasi Metode Transportasi dalam optimasi biaya distribusi beras miskin (raskin) pada PERUM Bulog sub drive Medan. *Saintia Mat*, 2. 299-311
- [9] Annisa Feriani dan Mardiningsih. 2021. Analysis of Transportation Method in Optimization of Distribution Cost Using Stepping Stone Method and Modified Distribution. *Journal of Mathematics Technology and Education*, 1(1).103-112
- [10] Siswanto. 2007. *Operation Research*. Jakarta: Erlangga.
- [11] Wintson, W.L. 1991. *Operation Research : Application and Algorithms. Fourth Edition*. USA: Indiana University.